

Lista nr 3 (poziom podstawowy)

Zad. 1 (1 pkt.) Rozwiąż równanie bądź nierówność z wartością bezwzględną:

a) $|-3x+12| = 3$ b) $|3x+12| = -3$ c) $|x-12| < 3$ d) $|x+12| \geq 3$ e) $|-7x-12| < 5$ f) $-3|12-18x| \leq -15$

Zad. 2 (1 pkt.) W graniastosłup prawidłowy czworokątny o krawędzi podstawy a oraz wysokości h wpisano ostrosłup prawidłowy czworokątny w taki sposób, że krawędzie podstawy ostrosłupa i graniastosłupa pokrywają się, zaś górny wierzchołek ostrosłupa jest środkiem podstawy górnej graniastosłupa. Oblicz różnicę objętości bryły powstałej po wycięciu ostrosłupa z graniastosłupa oraz objętości ostrosłupa.

Zad. 3 (1 pkt.) Ile jest wszystkich liczb naturalnych trzycyfrowych, w zapisie których dokładnie raz występuje cyfra 5.

Zad. 4 (1 pkt.) Na dwóch półkach ustawiano 12 książek: 5 kryminałów i 7 romantycznych. Ile jest wszystkich sposobów ustawienia książek w taki sposób, aby na każdej półce znalazły się książki wyłącznie jednego rodzaju.

Zad. 5 (1 pkt.) Liczbę $(\sqrt{2} + \sqrt{7})^2$ zapisz w postaci $x + y\sqrt{14}$, gdzie $x \in \mathbb{Z}$ oraz $y \in \mathbb{Z}$.

Zad. 6 (2 pkt.) Niech m/n będzie ułamkiem nieskracalnym. Jeśli do licznika dodamy 6, a do mianownika dodamy 15, jego wartość nie zmieni się. Oblicz liczby m i n .

Zad. 7 (2 pkt.) Dana jest liczba dwucyfrowa a , w której suma cyfr jest równa 14. Jeżeli zamienimy miejscami jej cyfry, otrzymamy liczbę o 18 mniejszą od liczby sprzed zamiany cyfr. Oblicz liczbę a .

Zad. 8 (2 pkt.) Dana jest funkcja kwadratowa f określona wzorem $f(x) = x^2 + 5x + 6$, gdzie $x \in \mathbb{R}$. Zapisz tą funkcję w postaci kanonicznej i iloczynowej.

Zad. 9 (2 pkt.) Do wykresu funkcji kwadratowej f należy punkt o współrzędnych $(0, 8)$. Oś symetrii tego wykresu jest prosta o równaniu $x = 4$, zaś jednym z miejsc zerowych funkcji f jest $x_1 = 2$. Wyznacz wzór funkcji f w postaci iloczynowej.

Zad. 10 (2 pkt.) Wyrażenie wymierne $2/(x - 3) + 5$ zapisz w postaci wyrażenia $(ax + b)/(cx + d)$, gdzie a, b, c, d są pewnymi współczynnikami rzeczywistymi.

Zad. 11 (2 pkt.) Krawędź czworoboku $ABCS$ ma długość a . Punkty D i E są środkami boków odpowiednio AC i BC . Oblicz pole trójkąta DES .

Zad. 12 (2 pkt.) Suma liczb rzeczywistych x i y równa jest 527. Wiemy, że 8% liczby x jest równe 7,5% liczby y . Oblicz liczby x i y .

Zad. 13 (2 pkt.) Podaj największą liczbę całkowitą spełniającą nierówność $2x \geq \sqrt{5} \cdot x + 3\sqrt{5} - 6$.

Zad. 14 (3 pkt.) Liczby rzeczywiste a i b spełniają warunki: $a \neq 0, b \neq 0$ oraz $a\sqrt{2} + b\sqrt{3} = 0$. Oblicz wartość liczbową wyrażenia $a/b + b/a$. Wynik podaj w postaci ułamka bez niewymierności w mianowniku.

Zad. 15 (3 pkt.) Liczba sprzedanych przez pewną firmę egzemplarzy gry komputerowej w ciągu każdego tygodnia zależy od jej ceny. Liczbę sprzedanych egzemplarzy opisuje funkcja $f(x) = 2400 - 15x$, gdzie x oznacza cenę jednostkową gry. Jaka powinna być cena jednostkowa, aby tygodniowy przychód ze sprzedaży gry był największy? Oblicz ten największy przychód.

Zad. 16 (3 pkt.) Lis goni zająca. Początkowa odległość między zwierzętami równa była 30 m. Długość każdego skoku lisa jest równa 2 m, długość każdego skoku zająca jest równa 1 m. W czasie, w którym zając wykonuje trzy skoki, lis skacze dwa razy. Oblicz dystans, po przebiegnięciu którego lis dogoni zająca.

Zad. 17 (4 pkt.) W prostokącie $PQRS$ długości $|PQ| = |SR| = 10$ oraz $|PS| = |QR| = 6$. Na bokach PQ, QR, RS, SP obrano odpowiednio punkty A, B, C, D takie, że $|AQ| = |BR| = |CS| = |DP| = x$ oraz $x \geq 3$. Wyznacz długość odcinka x , dla którego pole czworokąta $ABCD$ jest najmniejsze. Wyznacz to pole.

Zad. 18 (4 pkt.) W trójkąt prostokątny o przyprostokątnych 3 i 4 wpisano prostokąt w taki sposób, że dwa z jego boków zawierają się w przyprostokątnych trójkąta, a jeden wierzchołek leży na przeciwprostokątnej. Jakie wymiary powinien mieć prostokąt, aby jego pole było największe? Oblicz to największe pole.

Zad. 19 (4 pkt.) Kąt ostry trapezu równoramiennego $ABCD$ o podstawach AB i CD (gdzie $|AB| > |CD|$) ma miarę 60° . Przekątna trapezu jest prostopadła do ramienia, którego długość jest równa 6. Oba ramiona tego trapezu przedłużono otrzymując trapez $DCFG$ podobny do trapezu $ABCD$. Oblicz pole trapezu $DCFG$.